



Автор: Галкина Ольга Константиновна

Предмет: Алгебра

Класс: 11 класс

Раздел: Уравнения и неравенства, системы уравнений и неравенств

Тема: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Цели обучения (ссылка на учебную программу):	11.4.1.25. Решать линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка вида $ay'' + by' + cy = 0$, где a, b, c – постоянные
Цели урока:	• решать линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка вида $ay'' + by' + cy = 0$, где a, b, c – постоянные; • показать, что общее решение дифференциального уравнения строится в зависимости от характера корней характеристического уравнения.
Языковые цели:	Предметная лексика и терминология составить характеристическое уравнение; определить корни характеристического уравнения; подставить найденные значения в формулу общего решения линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами; найти общее решение. Серия полезных фраз для диалога/письма: дифференцировать общее решение; находить произвольные постоянные; определить частное решение.
Ожидаемый результат:	Решают линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка (вида $ay'' + by' + cy = 0$, где a, b, c – постоянные)
Критерии успеха:	
Привитие ценностей:	Ценности, основанные на национальной идее «Мәңгілік ел»: уважение; сотрудничество; труд и творчество; открытость; образование в течение всей жизни.
Навыки использования ИКТ:	Знание, понимание, применение
Межпредметная связь:	Физика
Предыдущие знания:	Основные сведения о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Комплексные числа.

Ход урока

Этапы урока	Запланированная деятельность на уроке	Ресурсы
-------------	---------------------------------------	---------

Начало урока (6 минут)	I. Организационный момент: Эпиграф к уроку. Готфрид Вильгельм Лейбниц определял мир – умопостигаемый, или мир истинно сущего. Он же и ввёл определение дифференциала и дифференциального уравнения в 17 веке. С помощью метода «Толстые и тонкие вопросы» проводится проверка домашней работы. ВОПРОСЫ: Какое уравнение называется дифференциальным? (Ответ: уравнение, которое связывает между собой независимую переменную x, искомую функцию y и ее производные или дифференциалы). Порядок дифференциального уравнения это...? (Ответ: наибольший порядок производных) Что значит найти решение дифференциального уравнения? (Ответ: интегрировать его) Различие общего и частного решения дифференциального уравнения: (Ответ: Общее решение (общий интеграл) – каков порядок уравнения, столько и независимых произвольных постоянных. Частное – значение полученное при числовой подстановки независимых произвольных постоянных общее решение). Дифференциальное уравнение с разделёнными переменными? (Ответ: $f(y)dy=g(x)dx$, то есть переменные x и y разделены знаком равенства и функции $f(y)$ и $g(x)$ – непрерывны. И $\int f(y)dy = \int g(x)dx$). Приведите примеры. 6. Найти производную: $y=e^{7x}$ (Ответ: $y'=7e^{7x}$) $y=e^{(7-x)}$ (Ответ: $y'=-e^{(7-x)}$) $y=e^{(7-x)}(k_0 x)$ (Ответ: $y'=k_0 \cdot e^{(7-x)}$) ФО. Словестное оценивание комментариев.	
Информация нового материала (7 минут)	Определение: Линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка называется уравнение вида $y''(x)+p(x)y'+q(x)y=f(x)$. Линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида $ay''(x)+by'+cy=0$ Характеристическое уравнение $ak^2+bk+c=0$, где k – корень квадратного уравнения. В зависимости от значения дискриминанта дифференциальные уравнения имеют так же три случая общего решения. Корни хар-го у-я $ak^2+bk+c=0$ Значение Дискриминанта Общее решение $k_1=k_2 \in \mathbb{R}, D=0$ $y(x)=(C_1 x+C_2) \cdot e^{(k_1 x)}$ $k_1 \neq k_2 \in \mathbb{R}, D>0$ $y(x)=C_1 \cdot e^{(k_1 x)}+C_2 \cdot e^{(k_2 x)}$ $k_1 \neq k_2 \in \mathbb{C}, k=a+bi, D<0$ $y(x)=e^{ax} [C_1 \cos(bx)+C_2 \sin(bx)]$	Абылкасымова А.Е., Корчевский В.Е., Жумагулова З. А. Алгебра и начала анализа (ЕМН) 11 кл. общеобразоват.шк. – Алматы: Мектеп, 2020.– 256 с.: ил.
Середина урока. Актуализация знаний (14 минут)	Работа в группах. Задания для групп по учебнику: 1) №28.3 (1). $y''(x)-6y'(x)+9y=0$ 2) №28.3 (3). $y''(x)-2y'(x)-8y=0$ 3) №28.4 (1). $y''(x)-2y'(x)+10y=0$ РЕШЕНИЕ: 1) №28.3 (1). $y''(x)-6y'(x)+9y=0$ Составим и решим характеристическое уравнение: $k^2-6k+9=0$, $D=0$, один корень $k=3 \Rightarrow y(x)=(C_1 x+C_2) \cdot e^{(k_1 x)}$, где C_1, C_2 – произвольные действительные числа Ответ: $y(x)=(C_1 x+C_2) \cdot e^{3x}$ 2) №28.3 (3). $y''(x)-2y'(x)-8y=0$ Составим и решим характеристическое уравнение: $k^2-2k-8=0$, $D=36$, два корня $k_1=-2, k_2=4 \Rightarrow y(x)=C_1 \cdot e^{(k_1 x)}+C_2 \cdot e^{(k_2 x)}$, Ответ: $y(x)=C_1 \cdot e^{(-2x)}+C_2 \cdot e^{4x}$ 3) №28.4 (1). $y''(x)-2y'(x)+10y=0$ Составим и решим характеристическое уравнение: $k^2-2k+10=0$, $D=-36$, нет действительных корней. Тогда находим комплексные корни $D=36i^2$, $k_1=a+bi, k_2=a-bi$ $k_1=(2+\sqrt{36i^2})/2=(2+6i)/2=1+3i$, $k_2=1-3i$ $y(x)=e^{ax} [C_1 \cos(bx)+C_2 \sin(bx)]$ Ответ: $y(x)=e^{1x} [C_1 \cos(3x)+C_2 \sin(3x)]$ Дескрипторы Балл Составляет характеристического уравнение; Определяет корни характеристического уравнения; Подставляет найденные значения в формулу общего решения однородного дифференциального уравнения второго порядка; Находит общее решение 1 1 1 1 Всего 4 ФО. Взаимооценивание с комментариями учителя «учитель – ученик», «ученик – ученик». Учитель наблюдает за детьми, при необходимости комментирует. Цель задания. Подготовка к написанию СО. Задание 2. По учебнику № 28.6 (4) Найти частное решение дифференциального уравнения: $y''(x)-2y'(x)-8y=0$, при $y(0)=2$, $y(1)=0$. Мы нашли общее решение уравнения №28.3 (3) $y(x)=C_1 \cdot e^{(-2x)}+C_2 \cdot e^{4x}$ $y(0)=2$ $y(0)=C_1 \cdot e^{(-2 \cdot 0)}+C_2 \cdot e^{(4 \cdot 0)}=C_1+C_2 \Rightarrow C_1+C_2=2$ $y(1)=0$ $y(1)=C_1 \cdot e^{(-2)}+C_2 \cdot e^{4}=0 \Rightarrow C_1 \cdot e^{(-2)}+C_2 \cdot e^{4}=0$ $\{ \begin{cases} C_1+C_2=2 \\ C_1 \cdot e^{(-2)}+C_2 \cdot e^{4}=0 \end{cases} \Rightarrow \{ \begin{cases} C_1=2-C_2 \\ (2-C_2) \cdot e^{(-2)}+C_2 \cdot e^{4}=0 \end{cases} \Rightarrow C_2 \cdot (e^{6}-1)=2 \Rightarrow C_2=2/(e^{6}-1) \Rightarrow C_1=2-2/(e^{6}-1)= (2e^{6}-2)/(e^{6}-1)$ Частное решение $y(x)=(2e^{6}-4)/(e^{6}-1) \cdot e^{(-2x)}+2/(e^{6}-1) \cdot e^{4x}$ Или $y(x)=(-2)/(e^{6}-1) \cdot e^{4x}+(2e^{6})/(e^{6}-1) \cdot e^{(-2x)}$ Дескрипторы Балл Составляет систему уравнения используя начальные условия; Определяет произвольные постоянные; Определяет частные решения; 1 1 1 1 Всего 4 ФО. Взаимооценивание по готовому образцу. Учитель наблюдает, при необходимости комментирует.	карточка

Конец урока (10 минут)	Индивидуальный тест (дополните). 1. Термин «дифференциал» ввёл..... 2. Порядок уравнения $5y^{(,,)}+4y^{(,,)}+y^{(,,)}=0$ равен..... 3. Правая часть однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами равна..... 4. Если $y^{(,,)}-4y^{(,,)}+53y=0$, то характеристическое уравнение 5. Если $D<0$, то может ли уравнение иметь корни?.... 6. Если $y^{(,,)}+y=0$, то а) составьте характеристическое уравнение в) определите корни (если они есть)..... с) составьте общее решение уравнения (если оно существует) 7) Найдите частное решение дифференциального уравнения $y^{(,,)}+y=0$, при условии $y(0)=1$, $y(\pi/2)=2$ 8) Общее решение однородного дифференциального уравнения имеет вид $y(x)=C_1 \cdot e^{(-6x)}+C_2 \cdot e^{1x}$. Определите характеристическое уравнение... Ключ к тесту: 1) Лейбниц Г.В.; 2) 3; 3) 0; 4) $k^2-4k+53=0$; 5) уравнение имеет корни на множестве комплексных чисел; 6) а) $k^2+1=0$; в) $k^2=-1$, $k^2=i^2$; $k=\pm i$; с) $k=a\pm bi \Rightarrow a=0, b=1$. Тогда $y(x)=e^{(0 \cdot x)} [C_1 \cos(x)+C_2 \sin(x)]$, то есть $y=C_1 \cdot \cos x+C_2 \cdot \sin x$. 7) $y(0)=1 \Rightarrow 1=C_1 \cdot \cos 0+C_2 \cdot \sin 0 \Rightarrow C_1=1$. $y(\pi/2)=2 \Rightarrow 2=C_1 \cdot \cos \pi/2+C_2 \cdot \sin \pi/2 \Rightarrow C_2=2$. Частное решение $y=\cos x+2\sin x$. 8) Следовательно корни характеристического квадратного уравнения равны -6 и 1. По теореме Виета $\{ \begin{matrix} -6+1=-5 \\ -6 \cdot 1=-6 \end{matrix} \} \Rightarrow \begin{matrix} y^{(,,)}+5y^{(,,)}-6y=0 \end{matrix}$	
Рефлексия (2 минуты)	Прием «Круги по воде» Цель: оценить степень усвоения изученного материала Инструкция: Ключевое слово урока «УРАВНЕНИЕ» записывается в столбик. И на каждую букву учащиеся предлагают и записывают существительные или словосочетания по изученной теме.	макет на доске
Домашнее задание (1 минута)	Дифференцированное. Цель: отработать полученные умения и навыки на уроке Инструкция: решить номера по учебнику, классная работа является как образец. 1) По учебнику № 28.3, 28.4, 28.6 стр 216. 2) Заполнить таблицу №28.1	Карточка, Абылкасымова А.Е., Корчевский В.Е., Жумагулова З. А. Алгебра и начала анализа (ЕМН) 11 кл. общеобразоват.шк. – Алматы: Мектеп, 2020.– 256 с.: ил.